

Barbara Kaim-Gwinner, Zdzisława Hojnacka

**Poradnik maturzysty
matematyka
stara matura**

Umiejętności wymagane na pisemnym egzaminie dojrzałości z matematyki

dla wszystkich profili poza matematyczno-fizycznym
(zestawy MII i MIII)

Liczby, równania i funkcje

TREŚCI (Podstawa Programowa Matematyki)	UMIEJĘTNOŚCI	
	0.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ posługiwanie się symboliką logiki ▪ wyznaczanie sumy, iloczynu, różnicy zbiorów ▪ graficzne interpretowanie działań na zbiorach
USYSTEMATYZOWANIE WIADOMOŚCI O LICZBACH WYMIERNYCH	1.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wykonywanie działań na liczbach wymiernych ▪ rozpoznawanie podzbiorów zbioru liczb wymiernych ▪ obliczanie wartości bezwzględnej liczb ▪ stosowanie definicji i własności wartości bezwzględnej ▪ zaznaczanie liczb wymiernych na osi liczbowej
PRZYKŁADY LICZB NIEWYMIERNYCH	2.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ rozpoznawanie liczb niewymiernych postaci $a + b\sqrt{c}, \sqrt[n]{a}, \pi$ i wykonywanie działań na tych liczbach ▪ przeprowadzanie dyskusji na temat wymierności lub niewymierności sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu liczb niewymiernych ▪ usuwanie niewymierności z mianownika ▪ zaznaczanie przedziałów na osi liczbowej, wykonywanie działań na przedziałach
PRZYBLIŻENIA DZIESIĘTNE LICZB RZECZYWISTYCH	3.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wyznaczanie przybliżeń dziesiętnych liczb
OBLICZENIA PROCENTOWE	4.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wykonywanie obliczeń procentowych
POTĘGOWANIE LICZB RZECZYWISTYCH (POTĘGA O WYKŁADNIKU CAŁKOWITYM, I POTĘGA O WYKŁADNIKU WYMIERNYM)	5.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ obliczanie wartości wyrażeń zawierających potęgi o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym
POJĘCIE FUNKCJI	6.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ przedstawianie przyporządkowań różnymi sposobami ▪ rozpoznawanie funkcji spośród podanych przyporządkowań ▪ wyznaczanie dziedziny funkcji ▪ sprawdzanie, czy dana liczba należy do zbioru wartości danej funkcji
PRZYKŁADY WYKRESÓW FUNKCJI LICZBOWYCH	7.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ sporządzanie wykresów funkcji (również dla skończonej dziedziny)
PRZEKSZTAŁCANIE WYKRESÓW	8.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ przekształcanie wykresów funkcji z wykorzystaniem translacji, symetrii osiowych i symetrii środkowej ▪ wyznaczanie wzorów funkcji, których wykresy otrzymano w wyniku translacji, symetrii osiowych S_{OX}, S_{OY} i symetrii środkowej względem punktu $(0, 0)$ ▪ odczytywanie z wykresów funkcji rodzaju przekształcenia: translacja o wektor, symetria osiowa, symetria środkowa. ▪ rysowanie wykresów funkcji z wartością bezwzględną $y = f(x)$, $y = f(x)$.

TREŚCI (Podstawa Programowa Matematyki)	UMIEJĘTNOŚCI	
ODCZYTYWANIE WŁASNOŚCI FUNKCJI Z WYKRESU	9.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ odczytywanie własności funkcji na podstawie podanego wykresu, zapisywanie tych własności: <ul style="list-style-type: none"> dziedzina, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartość funkcji w punkcie, argument dla danej wartości funkcji, wartości dodatnie (ujemne) funkcji, monotoniczność funkcji, różnowartościowość funkcji, parzystość, nieparzystość funkcji, okresowość funkcji, ekstrema funkcji, najmniejsza i największa wartość funkcji (bez pochodnej) ▪ badanie parzystości i nieparzystości funkcji (z definicji) ▪ badanie różnowartościowości i monotoniczności funkcji (z definicji) ▪ badanie różnowartościowości funkcji z zastosowaniem do wyznaczania wzoru i rysowania wykresu funkcji odwrotnej (gdy dana funkcja jest liniowa) ▪ szkicowanie wykresu funkcji o podanych własnościach
FUNKCJA LINIOWA	10	<ul style="list-style-type: none"> ▪ sporządzanie wykresu funkcji liniowej (również z wartością bezwzględną) ▪ badanie własności funkcji liniowej ▪ rysowanie prostej na podstawie podanego równania w postaci kierunkowej i ogólnej ▪ wyznaczanie równania prostej na podstawie różnych danych.
FUNKCJA KWADRATOWA	11	<ul style="list-style-type: none"> ▪ sprowadzanie funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej i iloczynowej ▪ rysowanie wykresu funkcji kwadratowej i odczytywanie z wykresu podstawowych własności funkcji ▪ rysowanie wykresu funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną ▪ wyznaczanie pierwiastków trójmianu kwadratowego ▪ stosowanie wzorów Viete'a (w tym określanie znaków pierwiastków) ▪ stosowanie własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania problemów praktycznych
RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI LINIOWE Z JEDNĄ NIEWIADOMĄ	12	<ul style="list-style-type: none"> ▪ sprawdzenie, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania liniowego, czy spełnia nierówność liniową ▪ rozwiązywanie równania liniowego i nierówności liniowej z jedną niewiadomą ▪ rozwiązywanie równania liniowego oraz nierówności liniowej z wartością bezwzględną ▪ umiejętność ułożenia i rozwiązania równania liniowego lub nierówności liniowej do zadania tekstowego ▪ zaznaczanie na osi liczbowej zbioru rozwiązań nierówności liniowej ▪ zapisywanie przedziałów za pomocą nierówności liniowej, w tym nierówności liniowej z wartością bezwzględną ▪ przeprowadzenie dyskusji liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem ▪ określanie rodzaju równania liniowego w zależności od liczby rozwiązań

TREŚCI (Podstawa Programowa Matematyki)	UMIEJĘTNOŚCI	
RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI LINIOWE Z DWIEMA NIEWIADOMYMI UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH I ICH INTERPRETACJA GEOMETRYCZNA	13.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ sprawdzanie, czy para liczb należy do zbioru rozwiązań równania liniowego (nierówności liniowej) z dwiema niewiadomymi ▪ wyznaczanie zbioru rozwiązań równania (nierówności) pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi ▪ rozwiązywanie układów równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi metodami: podstawiania, przeciwnych współczynników, graficzną ▪ rozróżnianie – na podstawie rozwiązania algebraicznego lub graficznego – rodzaju układu równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi (równania niezależne, zależne, sprzeczne) ▪ przeprowadzanie dyskusji liczby rozwiązań układu równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi z parametrem ▪ wyznaczanie rozwiązań alternatywy lub koniunkcji dwóch równań (nierówności) stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi wraz z interpretacją geometryczną ▪ układanie (i rozwiązywanie) układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi z parametrem do zadań tekstowych ▪ rozwiązywanie układów trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi. ▪ stosowanie warunku równoległości prostych i warunku prostopadłości prostych danych równaniem kierunkowym, ogólnym; określanie wzajemnego położenia prostych
RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI KWADRATOWE Z JEDNĄ NIEWIADOMĄ I ICH INTERPRETACJA GEOMETRYCZNA	14.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ przekształcanie wyrażeń algebraicznych z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia ▪ rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych (również z wartością bezwzględną) ▪ rozwiązywanie układów równań (nierówności) z jedną niewiadomą, z których co najmniej jedno jest stopnia drugiego ▪ rozwiązywanie zadań tekstowych prowadzących do równań (nierówności) kwadratowych ▪ przeprowadzanie dyskusji liczby rozwiązań równania kwadratowego z parametrem w zależności od tego parametru, w tym zagadnienia związane z zastosowaniem wzorów Viete'a ▪ graficzne rozwiązywanie równań kwadratowych z parametrem ▪ określanie okręgu (koła) o danym środku i promieniu za pomocą równania kwadratowego (nierówności kwadratowej) ▪ wyznaczanie równania stycznej do okręgu ▪ graficzne rozwiązywanie układów równań, z których jedno jest stopnia drugiego ▪ graficzne rozwiązywanie układów dwóch nierówności z dwiema niewiadomymi, z których jedno jest stopnia drugiego ▪ zapisywanie warunków, jakie spełniają współrzędne punktów figur narysowanych na płaszczyźnie z układem współrzędnych
PRZYKŁADY PROSTYCH RÓWNAŃ I NIERÓWNOŚCI TRZECIEGO STOPNIA	15.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ rozwiązywanie równań i nierówności stopnia trzeciego metodą wyłączania wspólnego czynnika i grupowania wyrazów (z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia)
PROPORCJONALNOŚĆ PROSTA I ODWROTNA WYKRES PROPORCJONALNOŚCI ODWROTNEJ	16.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ rozróżnianie proporcjonalności prostej i odwrotnej w sytuacjach praktycznych ▪ sporządzanie wykresów i odczytywanie z wykresów własności funkcji postaci $y = \frac{a}{x - p} + q$

NIERÓWNOŚCI TYPU $\frac{2}{x} > 3$	17 .	<ul style="list-style-type: none"> ▪ rozwiązywanie równań i nierówności typu $\frac{a}{x-p} + q = 0$ i $\frac{a}{x-p} + q > 0$
------------------------------------	---------	--

Ciągi liczbowe

TREŚCI (Podstawa Programowa Matematyki)	UMIEJĘTNOŚCI	
PRZYKŁADY CIĄGÓW LICZBOWYCH (W TYM CIĄGÓW REKURENCYJNYCH)	18 .	<ul style="list-style-type: none"> ▪ określanie ciągu za pomocą wzoru ogólnego, rekurencyjnego ▪ wypisywanie wyrazów ciągu mając dany wzór ogólny, rekurencyjny
WŁASNOŚCI CIĄGU	19 .	<ul style="list-style-type: none"> ▪ badanie monotoniczności ciągu (z definicji) ▪ wskazywanie przykładów ciągów niemonotonicznych
CIĄG ARYTMETYCZNY I GEOMETRYCZNY SUMA WYRAZÓW CIĄGU ARYTMETYCZNEGO SUMA WYRAZÓW CIĄGU GEOMETRYCZNEGO	20 .	<ul style="list-style-type: none"> ▪ badanie czy ciąg jest arytmetyczny czy geometryczny z wykorzystaniem definicji ▪ stosowanie wzorów na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego i geometrycznego ▪ stosowanie wzorów na sumę częściową ciągu arytmetycznego i geometrycznego ▪ rozwiązywanie zadań łączących wiadomości o ciągach arytmetycznych i geometrycznych
PROCENT SKŁADANY	21 .	<ul style="list-style-type: none"> ▪ obliczanie procentu składanego
SZEREG GEOMETRYCZNY	22 .	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wyznaczenie sumy wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego przy rozwiązywaniu zadań geometrycznych, równań, nierówności, zamianie ułamka okresowego na zwykły

Geometria

TREŚCI (Podstawa Programowa Matematyki)	UMIEJĘTNOŚCI	
USYSTEMATYZOWANIE WIADOMOŚCI O FIGURACH PŁASKICH	23 .	<ul style="list-style-type: none"> ▪ badanie, jaką figurą geometryczną na płaszczyźnie jest zbiór punktów, których współrzędne spełniają koniunkcję lub alternatywę równań, nierówności (dotyczy figur ujętych w zakresie materiału) ▪ wyznaczanie ilości przekątnych w wielokącie wypukłym i sumy miar kątów wewnętrznych tego wielokąta ▪ klasyfikowanie trójkątów i czworokątów ▪ zastosowanie twierdzeń dotyczących własności przekątnych czworokąta w zadaniach tekstowych ▪ przeprowadzanie dowodów twierdzeń: <ul style="list-style-type: none"> o odcinku łączącym środki dwóch boków trójkąta o odcinku łączącym środki dwóch ramion trapezu. ▪ rozpoznawanie figur osiowosymetrycznych ▪ rozpoznawanie figur środkowosymetrycznych

OKRĘGI I KOŁA	24 .	<ul style="list-style-type: none">▪ badanie wzajemnego położenia prostej i okręgu▪ badanie wzajemnego położenia dwóch okręgów
---------------	---------	--

TREŚCI (Podstawa Programowa Matematyki)	UMIĘTNOŚCI	
KĄTY I WIELOKĄTY	25	<ul style="list-style-type: none"> ▪ stosowanie twierdzenia "o kątach wpisanych i środkowym opartych na tym samym łuku" do wyznaczania miar kątów ▪ dowodzenie twierdzenia "o kątach wpisanych i środkowym opartych na tym samym łuku" ▪ stosowanie twierdzeń o dwusiecznych kątów w trójkącie, o środkowych, o wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego w trójkącie prostokątnym ▪ zastosowanie w zadaniach twierdzeń dotyczących okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie, czworokącie
OBWODY I POLA WIELOKĄTÓW I KÓŁ	26	<ul style="list-style-type: none"> ▪ obliczanie obwodów i pól wielokątów i kół ▪ obliczanie pól figur będących częścią wspólną, sumą, różnicą wielokątów i kół
ODLEGŁOŚĆ NA PŁASZCZYŹNIE	27	<ul style="list-style-type: none"> ▪ obliczanie odległości między dwoma punktami na płaszczyźnie z prostokątnym układem współrzędnych ▪ sprawdzanie współliniowości, niewspółliniowości punktów na płaszczyźnie ▪ wyprowadzenie wzoru na odległość dwóch punktów na płaszczyźnie ▪ obliczanie odległości punktu od prostej ▪ obliczanie odległości dwóch prostych równoległych
PRZYKŁADY IZOMETRII PŁASZCZYZNY (PRZESUNIECIE, SYMETRIA OSIOWA, SYMETRIA ŚRODKOWA)	28	<ul style="list-style-type: none"> ▪ sprawdzanie czy dane przekształcenie jest izometrią ▪ geometryczne wyznaczanie obrazu danej figury w translacji o wektor, w symetrii względem danej prostej i w symetrii względem danego punktu
PRZYSTAWIANIE FIGUR	29	<ul style="list-style-type: none"> ▪ rozpoznawanie figur przystających ▪ stosowanie cech przystawiania trójkątów
WEKTORY I ICH ZASTOSOWANIA	30	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wyznaczanie współrzędnych wektora; obliczanie długości wektora ▪ wyznaczanie wektora będącego sumą, różnicą wektorów, iloczynu wektora przez liczbę w ujęciu syntetycznym i analitycznym ▪ wyznaczanie współrzędnych środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców ▪ sprawdzanie równości wektorów ▪ wykorzystanie własności sumy wektorów i iloczynu wektora przez liczbę ▪ badanie równoległości i prostopadłości wektorów ▪ wyznaczanie współrzędnych wektora równoległego i prostopadłego do prostej ▪ zastosowanie definicji i własności iloczynu skalarnego wektorów do obliczania długości wektorów, iloczynu skalarnego, cosinusów kątów między wektorami
TWIERDZENIE PITAGORASA TWIERDZENIE TALESZA	31	<ul style="list-style-type: none"> ▪ stosowanie twierdzenia Pitagorasa ▪ stosowanie twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa ▪ dzielenie odcinka w danym stosunku ▪ zastosowanie twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
JEDNOKŁADNOŚĆ	32.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wyznaczenie obrazu figury w danej jednokładności
PODOBIENSTWO FIGUR	33.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ rozpoznawanie figur podobnych ▪ zastosowanie cech podobieństwa trójkątów ▪ obliczanie obwodów i pól figur podobnych

TREŚCI (Podstawa Programowa Matematyki)		UMIEJĘTNOŚCI
KONSTRUKCJE GEOMETRYCZNE	34 ·	<ul style="list-style-type: none"> ▪ konstruowanie symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta ▪ konstruowanie prostych prostopadłych i równoległych ▪ konstruowanie prostej stycznej do okręgu ▪ wyznaczanie środka i promienia okręgu wpisanego i opisanego na trójkącie ▪ konstruowanie kątów przystających, trójkątów przystających ▪ konstruowanie odcinków proporcjonalnych ▪ wyznaczanie osi symetrii figury ▪ wyznaczanie środka symetrii figury
FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE	35 ·	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów: 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 120°, 135°, 150°, 180° ▪ wyznaczanie miar kątów, gdy dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych
PODSTAWOWE TOŻSAMOŚCI TRYGONOMETRYCZNE	36 ·	<ul style="list-style-type: none"> ▪ zastosowanie podstawowych związków między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ▪ dowodzenie prostych tożsamości trygonometrycznych
NAJPROSTSZE ZASTOSOWANIA FUNKCJI TRYGONOMETRYCZNYCH, TWIERDZENIE SINUSÓW, TWIERDZENIE COSINUSÓW	37 ·	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wyznaczanie wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych danego kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich ▪ zastosowanie wzorów redukcyjnych dla kątów I i II ćwiartki ▪ zastosowanie trygonometrii do rozwiązywania zadań z geometrii ▪ sprawdzanie czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny ▪ rozwiązywanie trójkątów
PROSTOPADŁOŚĆ I RÓWNOLEGŁOŚĆ W PRZESTRZENI	38 ·	<ul style="list-style-type: none"> ▪ określanie wzajemnego położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni.
KĄT NACHYLENIA PROSTEJ DO PŁASZCZYZNY	39 ·	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wyznaczanie kąta nachylenia prostej do płaszczyzny
KĄT DWUŚCIENNY	40 ·	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wyznaczanie kąta dwuściennego i jego miary
USYSTEMATYZOWANIE WIADOMOŚCI O WIEŁOŚCIANACH I BRYŁACH OBROTOWYCH	41. ·	<ul style="list-style-type: none"> ▪ klasyfikowanie figur przestrzennych. ▪ rysowanie graniastosłupa, ostrosłupa, stożka, kuli, walca na płaszczyźnie
PRZEKROJE PŁASKIE WIEŁOŚCIANÓW I BRYŁ OBROTOWYCH	42. ·	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wyznaczanie przekrojów brył i obliczanie pól tych przekrojów
POLA POWIERZCHNI I OBJĘTOŚCI WIEŁOŚCIANÓW I BRYŁ OBROTOWYCH	43. ·	<ul style="list-style-type: none"> ▪ obliczanie pól powierzchni i objętości: graniastosłupów, ostrosłupów, stożka, kuli, walca (również z zastosowaniem trygonometrii i twierdzeń geometrii płaskiej)

Elementy rachunku prawdopodobieństwa

TREŚCI (Podstawa Programowa Matematyki)	UMIEJĘTNOŚCI	
ELEMENTY KOMBINATORYKI	44 .	<ul style="list-style-type: none"> ▪ wykorzystywanie elementów kombinatoryki – permutacji, wariacji bez powtórzeń, wariacji z powtórzeniami, kombinacji – do obliczania liczby elementów danego zbioru
PRAWDOPODOBIENSTWO I JEGO ZWIĄZEK Z CZĘSTOŚCIĄ PRZYKŁADY OBLICZANIA PRAWDOPODOBIENSTWA	45 .	<ul style="list-style-type: none"> ▪ szacowanie częstości zdarzeń ▪ opisywanie zbioru Ω wszystkich zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego ▪ wypisywanie (określanie) zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu. ▪ obliczanie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu. ▪ Wykonywanie działań na zdarzeniach ▪ obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń ▪ stosowanie własności prawdopodobieństwa
PRZYKŁADY PRAKTYCZNEGO ZASTOSOWANIA STATYSTYKI (ODCZYTYWANIE TABEL, DIAGRAMÓW I WYKRESÓW, PRZEDSTAWIANIE DANYCH EMPIRYCZNYCH W POSTACI DIAGRAMÓW I WYKRESÓW)	46 .	<ul style="list-style-type: none"> ▪ obliczanie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, mediany i ustalanie modalnej. ▪ porządkowanie i przedstawienie wyników pomiaru w postaci tabel, diagramów i wykresów. ▪ odczytywanie i interpretacja danych przedstawionych w postaci tabel, diagramów i wykresów.

System oceniania prac maturalnych :

- ❖ Każdy z was otrzyma 5 zadań: jedno za 12, i cztery za 10 punktów. Do oceny należy wybrać **trzy zadania**. Trzeba je rozwiązać w czasie 300 min., a rozwiązanie umieścić w czystopisie.
- ❖ Warunkiem koniecznym dla uzyskania **oceny pozytywnej** jest uzyskanie za rozwiązanie jednego z zadań co najmniej **7 punktów** przy łącznej sumie punktów nie mniejszej niż 11 (za rozwiązanie trzech zadań).
- ❖ Egzaminator oblicza łączną sumę punktów, jaką uczeń uzyskał za rozwiązanie trzech wskazanych przez niego zadań i proponuje ocenę według ustalonego sposobu przeliczania punktów na stopnie:

liczba punktów	stopień
• 0 – 10	• niedostateczny
• 11 - 15	• dopuszczający
• 16 - 21	• dostateczny
• 22 - 26	• dobry
• 27 - 30	• bardzo dobry
• 31 - 32	• celujący

- ❖ Egzaminator otrzymuje wykaz z maksymalną liczbą punktów, jakie można przyznać za dany etap zadania, w przypadku poprawnego rozwiązania części danego etapu, liczbę punktów ustala się proporcjonalnie do tego, jaką część pracy uczeń wykonał; egzaminator może stosować jedynie całkowite liczby punktów i ich połówki.
- ❖ Błąd rachunkowy, który nie zmienia sensu zadania, ani nie ułatwia rozwiązania i jest konsekwentnie uwzględniany w dalszych etapach rozwiązania, nie wpływa na ocenę rozwiązania (można przyznać maksimum punktów).
- ❖ Przy błędnej interpretacji tematu zadania, która nie uprościła zadania w sposób istotny, można zaliczyć poprawne rozwiązania etapów, jednak łączna suma punktów za to zadanie, nie może przekroczyć 50 % ustalonej punktacji.
- ❖ Jeżeli w zadaniu wystąpił błąd rzeczowy, to za etap, w którym on wystąpił, można przyznać od zera do połowy maksymalnej liczby punktów (zależnie od wagi błędu).
- ❖ Gdy za rozwiązanie trzech zadań uczeń uzyskał sumę zawierającą połówkę punktu, a spełniony jest warunek konieczny (patrz drugi akapit), całkowitą sumę zaokrągla się w górę, na korzyść ucznia.
- ❖ Rozwiązanie zadania powinno zawierać komentarze wyjaśniające przejścia między kolejnymi etapami, podsumowujące poszczególne etapy i podsumowujące całe rozwiązanie zadania (odpowiedź traktujemy jako niezbędną część komentarza). Za pełny komentarz należy przyznać maksymalnie 2 punkty. W przypadku częściowego rozwiązania zadania, nie można przydzielić maksymalnej liczby punktów za komentarz.

Kilka dobrych rad :

- ◀ Na egzaminie pisemnym potrzebne Ci będą: kalkulator (ale nie graficzny), linijka, cyrkiel i przybory do pisania (różnokolorowe). Zabronione jest używanie korektorów oraz pisanie kolorem czerwonym i zielonym. Telefon komórkowy musisz oddać komisji do depozytu.
- ◀ Nie uprzedzaj się do żadnego działu matematyki, przeczytaj każde zadanie, zacznij je rozwiązywać - może okazać się łatwe.
- ◀ Postaraj się rozwiązać trzy zadania (to trzecie przynajmniej zacznij rozwiązywać), każdy zdobyty punkt to krok do sukcesu, pamiętaj, że za jedno z nich musisz uzyskać co najmniej 7 punktów (jeżeli za każde z trzech zadań dostaniesz po 6 punktów, to uzyskana suma całkowita: 18 punktów nic Ci nie da – nie zdasz matury)!
- ◀ Wszystkie obliczenia i niezbędne rysunki musisz umieścić w czystopisie pracy maturalnej, powinieneś zacząć przepisywać zadania do czystopisu najpóźniej w czwartej godzinie matury. Jeśli jednak nie zdążysz w regulaminowym czasie przepisać zadania lub jego części, pamiętaj o tym aby wskazać komisji egzaminacyjnej ten fragment brudnopisu, który powinien być poddany ocenie.
- ◀ Poprawna odpowiedź, jeśli nie jest konsekwencją obliczeń nie zapewni ci sukcesu na maturze.
- ◀ Po rozwiązaniu zadania, zadaj sobie pytanie: czy Twój wynik jest realny? Większość rozwiązań można oszacować np. z geometrii analitycznej - patrząc na rysunek w układzie współrzędnych. Z prawdopodobieństwa nie powinieneś uzyskać wyniku większego od 1 lub mniejszego niż zero. Wartości sinusa i cosinusa też mają swoje granice! Jeśli zadanie jest z parametrem sprawdź, wybierając kilka dowolnych z Twojego rozwiązania, czy spełnia on wymagane warunki. Wielkości typu: pole, objętość też możesz oszacować: figura wpisana w inną nie może mieć od niej większego pola itp.
- ◀ Postaraj się wykorzystać wszystkie informacje zawarte w treści, zwykle są one niezbędne do rozwiązania zadania. Czasami w treści zadania umieszczone są stwierdzenia, np. że ciąg jest malejący, albo w jakiś wielokąt można wpisać okrąg, lub to że ktoś wygrał dwie kolejne gry (a to nie jest zawsze to samo co dwie gry), albo że coś jest sinusem kąta ostrego.
- ◀ Po rozwiązaniu każdego etapu i potem po rozwiązaniu całego zadania przeczytaj jeszcze raz **bardzo uważnie** treść zadania – czy na pewno odpowiedziałeś na wszystkie zadane pytania, może coś jeszcze przeoczyłeś?

Zestaw nr I – M II, dla klas „ogólnych”

Zadanie 1. (10pkt)

Dany jest układ równań:
$$\begin{cases} x + y - k = 0 \\ 3x - 2y - 2k + 1 = 0 \end{cases}$$

Wyznacz rozwiązanie (x, y) układu w zależności od parametru k .

- Dla jakich całkowitych wartości parametru k spełnione są jednocześnie warunki: $|x| \leq 5$ i $|y| > 0,2$
- Wyznacz te wartości k , dla których x jest sinusem, a y cosinusem tego samego kąta ostrego.

Zadanie 2 (2a, 2b-10pkt., 2c-2pkt.)

Funkcje f i g są określone wzorami:

$$f(x) = (k-2)x^2 - (k+1)x - k \quad g(x) = \left(\frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{16}k\right)x - 8k + 2$$

- Wyznacz takie wartości parametru k , dla których spełnione są jednocześnie warunki: wykres funkcji f jest parabola ramionami skierowana w dół i g jest funkcją rosnącą, której wykres przecina oś OY w punkcie o ujemnej rzędnej.
- Naszkić wykres funkcji h , która przyporządkowuje każdej wartości parametru $k \in R$ liczbę miejsc zerowych funkcji f .
- Wyznacz wszystkie całkowite wartości parametru k , dla których iloczyn miejsc zerowych funkcji f jest liczbą całkowitą.

Zadanie 3 (10pkt.)

Wyznacz współrzędne wierzchołków trójkąta ABC wiedząc, że bok AB jest średnicą okręgu $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$, punkt A należy do prostej $2x - y + 6 = 0$, a wektor $\overrightarrow{BC} = [-4, 8]$.

- Oblicz pole trójkąta ABC i promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.
- Trójkąt KLM jest wpisany w okrąg o promieniu długości 5 oraz $|KL| = 2\sqrt{5}$ i

$$\cos \angle KLM = -\frac{\sqrt{5}}{5}. \text{ Wykaż, że trójkąty } ABC \text{ i } KLM \text{ są przystające.}$$

Zadanie 4 (10pkt.)

Zbadaj monotoniczność ciągu o wyrazie ogólnym $a_n = -n^2 + 30n$ i oblicz, które wyrazy tego ciągu mają wartość mniejszą od -10 .

- Zbadaj, korzystając z definicji, czy ciąg o wyrazie ogólnym $c_n = a_n + b_n$ jest arytmetyczny, jeśli $b_n = n^2 - 28n - 6$. Oblicz sumę stu początkowych wyrazów ciągu (c_n) o numerach parzystych.
- Prawdopodobieństwo wyrzucenia dokładnie jednego orła w trzykrotnym rzucie monetą jest ilorazem pewnego nieskończonego ciągu geometrycznego (d_n) , którego drugi wyraz jest czwartym wyrazem ciągu (c_n) . Oblicz sumę wszystkich wyrazów ciągu (d_n) .

Zadanie 5 (10pkt.)

Oblicz objętość i ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego wiedząc, że krawędź boczna ma długość 5 cm a kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ma miarę 30° .
Oblicz sinus kąta między sąsiednimi ścianami bocznymi.

Odpowiedzi i schemat punktowania do zestawu nr I

Zadanie 1 - 10 pkt. zestaw I

1.	Wyznaczenie rozwiązania układu w zależności od parametru k.	1 pkt	$x = \frac{4k-1}{5} \quad y = \frac{k-1}{5}$
2.	a) Rozwiązanie warunków: $ x \leq 5$ i $ y > 0,2$.	2 pkt	$k \in \langle -6; -2 \rangle \cup \langle 0; 6,5 \rangle$
3.	a) Wyznaczenie całkowitych wartości k.	1 pkt	$k \in \{-6, -5, -4, -3, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
4.	b) Analiza, zapisanie warunków.	1 pkt	$x^2 + y^2 = 1 \wedge x > 0 \wedge y > 0$
5.	b) Rozwiązanie warunków.	2 pkt	$(k = -1 \vee k = \frac{23}{17}) \wedge k > -1$
6.	b) Ustalenie wartości k spełniających warunki zadania.	1 pkt	$k = \frac{23}{17}$
7.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zadanie 2 - 12 pkt. zestaw I

1.	a) Analiza, zapisanie warunków.	1 pkt	$k - 2 < 0 \wedge \frac{1}{2}k^2 + \frac{1}{16}k > 0 \wedge -8k + 2 < 0$
2.	a) Rozwiązanie warunków.	2 pkt	
3.	a) Wyznaczenie k spełniających zadane warunki.	1 pkt	$k \in \left(\frac{1}{4}; 2\right)$
4.	b) Analiza ilości miejsc zerowych funkcji f w zależności od parametru k.	3 pkt	$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } k \in \left(\frac{1}{5}; 1\right) \\ 1 & \text{dla } k \in \left\{\frac{1}{5}, 1, 2\right\} \\ 2 & \text{dla } k \in \left\{(-\infty; \frac{1}{5}) \cup (1; \infty)\right\} \setminus \{2\} \end{cases}$
5.	b) Wykonanie wykresu funkcji h.	1 pkt	
6.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi	2 pkt	
7.	c) Zapisanie i rozwiązanie warunków.	2 pkt	$\left(\Delta > 0 \wedge \frac{c}{a} \in C\right) \Rightarrow k \in \{0, 3, 4\}$

Zadanie 3 - 10 pkt. zestaw I

1.	Wyznaczenie środka i promienia okręgu, wykonanie rysunku.	1 pkt	$S = (0;1), r = \sqrt{5}$
2.	Wyznaczenie współrzędnych punktów A,B,C.	3 pkt	$A = (-2;2), B = (2;0), C = (-2;8)$
3.	a) Obliczenie pola trójkąta ABC.	1 pkt	$P = 12$
4.	a) Obliczenie promienia okręgu wpisanego w trójkąt ABC.	1 pkt	$r = \sqrt{5} - 1$
5.	b) Wykazanie, że trójkąty KLM i ABC są przystające.	3 pkt	
6.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	1 pkt	

Zadanie 4 - 10 pkt. zestaw I

1.	Zbadanie monotoniczności ciągu (a_n) .	1 pkt	Nie jest monotoniczny
2.	Zbadanie, które wyrazy ciągu są mniejsze od -10 .	2 pkt	Począwszy od trzydziestego pierwszego wyrazu
3.	a) Zbadanie, czy ciąg (c_n) jest arytmetyczny.	1 pkt	Jest arytmetyczny
4.	a) Wyznaczenie podciągu o numerach parzystych.	1 pkt	$(-2, 2, 6, 10, \dots)$
5.	a) Obliczenie S_{100} .	1 pkt	$S_{100} = 19600$
6.	b) Obliczenie prawdopodobieństwa.	1 pkt	$\frac{3}{8}$
7.	b) Wyznaczenie ciągu (d_n) .	1 pkt	$d_1 = \frac{16}{3}, q = \frac{3}{8}$
8.	b) Obliczenie sumy wyrazów ciągu (d_n) .	1 pkt	$S = \frac{128}{15}$
9.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	1 pkt	

Zadanie 5 - 10 pkt. zestaw I

1.	Wykonanie rysunku z niezbędnymi oznaczeniami.	1 pkt	
2.	Obliczenie długości krawędzi podstawy i wysokości ostrosłupa.	2 pkt	$a = 2\sqrt{5}, H = \sqrt{5}$
3.	Obliczenie objętości ostrosłupa.	1 pkt	$V = 10\sqrt{15}$
4.	Obliczenie cosinusa kąta między sąsiednimi ścianami bocznymi.	3 pkt	$-\frac{7}{8}$
5.	Obliczenie sinusa kąta między sąsiednimi ścianami bocznymi.	1 pkt	$\frac{\sqrt{15}}{8}$
6.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zestaw nr II – M II, dla klas „ogólnych”

Zadanie 1. (10 pkt.+2pkt. za zadanie 1c)

Dany jest układ równań
$$\begin{cases} x + my = 1 \\ mx + y = m^2 \end{cases}$$

- Rozwiąż układ równań i przeprowadź dyskusję istnienia i liczby rozwiązań w zależności od parametru m .
- Rozwiąż nierówność $x(1+m)^2 - 4m - 18p < 0$, gdzie x - jest odciętą punktu przecięcia się prostych danych równaniami układu.
 p - oznacza prawdopodobieństwo wyrzucenia sumy oczek nie większej niż 5 przy dwukrotnym rzucie kostką do gry.
- Wykaż, że funkcja $f(x) = x^{99} + ax^2 + bx$ ma co najmniej jedno i nie więcej niż trzy miejsca zerowe.

Zadanie 2. (10 pkt.)

Równanie $-x^3 + x^2 + 6x = 0$ ma trzy pierwiastki x_1, x_2, x_3 , gdzie $x_1 < x_2 < x_3$.

- Wyznacz a oraz b tak, aby miejscem zerowym funkcji $g(x) = ax - 2$ była liczba x_1 , a miejscami zerowymi funkcji $h(x) = x^2 + bx$ liczby x_2 oraz x_3 .
- Dla wyznaczonych liczb a i b rozwiąż graficznie i algebraicznie nierówność: $|h(x)| \geq -g(x)$.

Zadanie 3. (10 pkt.)

Trapez wpisano w okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ w ten sposób, że jedna podstawa trapezu jest średnicą okręgu, a druga zawiera się w prostej o równaniu $2x + y = 0$.

- Napisz równanie osi symetrii trapezu i oblicz pole trapezu.
- Napisz równanie obrazu danego okręgu w jednokładności o środku w początku układu współrzędnych i skali $k = -\frac{1}{2}$.

Zadanie 4. (10 pkt.)

Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = \left(-\frac{2}{p}\right)^{n-1}$ dla $n \in N^+$ i $p \in R \setminus \{0\}$.

- Uzasadnij, że (a_n) jest ciągiem geometrycznym i oblicz dla jakich wartości p istnieje S - suma wszystkich wyrazów tego ciągu.
- Znajdź te wartości p dla których $S \leq \frac{1}{2}$.
- Dla $p=4$ wyznacz takie wartości x, y, z , aby ciąg (a_1, x, y, z, a_3) był ciągiem arytmetycznym.

Zadanie 5. (10 pkt.)

Krawędzie boczne prostopadłościanu o podstawie ABCD oznaczono odpowiednio

AA', BB', CC', DD' . Pole trójkąta DBD' wynosi $3\sqrt{3}$, długość krawędzi AB jest równa $\sqrt{2}$, miara kąta DBD' wynosi 60° .

- Oblicz objętość tego prostopadłościanu
- Oblicz cosinus kąta $BC'D$
- Oblicz odległość punktu B od prostej D

Odpowiedzi i schemat punktowania do zestawu nr II

Zadanie 1 - 12 pkt. zestaw II

1.	a) Wyznaczenie rozwiązania układu w zależności od parametru k.	2 pkt	$x = \frac{1-m^3}{1-m^2} = \frac{m^2+m+1}{m+1}$ $y = \frac{m^2-m}{1-m^2} = -\frac{m}{m+1}$ <p>dla $m \in R \setminus \{-1,1\}$</p>
2.	a) Dyskusja istnienia i liczby rozwiązań układu w zależności od parametru m.	2 pkt	<p>dla $m \in R \setminus \{-1,1\}$ układ ma dokładnie jedno rozwiązanie</p> <p>dla $m = 1$ układ ma nieskończenie wiele rozwiązań</p> <p>dla $m = -1$ układ nie ma rozwiązań</p>
3.	Obliczenie prawdopodobieństwa.	2 pkt	$\frac{5}{18}$
4.	Rozwiązanie nierówności.	2 pkt	$m \in \{(-\infty; -2) \cup (-\sqrt{2}; \sqrt{2})\} \setminus \{-1,1\}$
5.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zadanie 2 - 10 pkt. zestaw II

1.	Wyznaczenie x_1, x_2, x_3 .	1 pkt	$x_1 = -2, x_2 = 0, x_3 = 3$
2.	a) Obliczenie a i b.	1 pkt	$a = -1, b = -3$
3.	a) Narysowanie wykresów funkcji $y = -g(x)$ oraz $y = h(x) $.	2 pkt	
4.	a) zaznaczenie w układzie współrzędnych rozwiązania nierówności $ h(x) \geq -g(x)$.	1 pkt	
5.	b) algebraiczne rozwiązanie nierówności $ h(x) \geq -g(x)$.	3 pkt	$x \in (-\infty; 2 - \sqrt{6}) \cup (2 + \sqrt{6}; +\infty)$
6.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	
7.	c) Zapisanie i rozwiązanie warunków.	2 pkt	

Zadanie 3 - 10 pkt. zestaw II

1.	Wyznaczenie środka i promienia okręgu, wykonanie rysunku.	1 pkt	$S = (3;4)$, $r = 5$
2.	Wyznaczenie współrzędnych punktów przecięcia okręgu z prostą.	2 pkt	$(0;0)$, $(-2;4)$
3.	a) Obliczenie długości krótszej podstawy i wysokości trapezu. Obliczenie pola trapezu.	2 pkt	$b = 2\sqrt{5}$, $h = 2\sqrt{5}$ $P = 10(\sqrt{5} + 1)$
4.	b) Wyznaczenie równania osi symetrii trapezu.	1 pkt	$y = \frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$
5.	c) Wyznaczenie środka, promienia i napisanie równania obrazu danego okręgu.	2 pkt	$S' = \left(-\frac{3}{2}; -2\right)$, $r' = 2\frac{1}{2}$ $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$
6.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zadanie 4 - 10 pkt. zestaw II

1.	a) Zbadanie z definicji, czy ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym.	1 pkt	ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym
2.	a) Wyznaczenie tych wartości parametru p, dla których istnieje S.	2 pkt	$p \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
3.	b) Wyznaczenie tych wartości parametru p, dla których $S \leq \frac{1}{2}$.	3 pkt	Nie istnieje p spełniające podany warunek
4.	c) Obliczenie x, y, z spełniających podane warunki.	2 pkt	$x = \frac{13}{16}$, $y = \frac{5}{8}$, $z = \frac{7}{16}$
5.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zadanie 5 - 10 pkt zestaw II

1.	Wykonanie poglądowego rysunku z niezbędnymi oznaczeniami.	1 pkt	
2.	a) Obliczenie długości drugiej krawędzi podstawy, wysokości i objętości prostopadłościanu.	3 pkt	$ BC = 2$, $H = 3\sqrt{2}$, $V = 12$
3.	b) Obliczenie cosinusa kąta $BC'D$.	2 pkt	$\frac{9\sqrt{110}}{110}$
4.	c) Obliczenie odległości wierzchołka B od prostej DC' .	2 pkt	$\sqrt{\frac{29}{5}}$
5.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zestaw nr III – M II, dla klas „ogólnych”

Zadanie 1. (10 pkt.+2pkt.)

Dane są funkcje : $f(x) = 2x^2 + x - m$ i $g(x) = mx^2 - 2mx + 3$

- Dla jakich wartości parametru m , wykresy tych funkcji przecinają się w dwóch punktach o odciętych różnych znaków?
- Dla jakich wartości parametru m rozwiązaniem nierówności $g(x) > 0$ jest cały zbiór liczb rzeczywistych?
- Dla $m = 0$ napisz równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie, którego odcięta jest dodatnia a rzędna ma wartość 1.

Zadanie 2. (10 pkt.)

Dany jest nieskończony ciąg arytmetyczny (a_n) , w którym wyrazy a_1, a_2, a_3 spełniają warunki:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 18, \quad a_2^2 = a_3 + 25. \text{ Wyznacz pierwszy wyraz i różnicę ciągu } (a_n).$$

- Oblicz sumę wszystkich liczb trzycyfrowych występujących w tym ciągu.
- Trzy liczby, których suma jest równa 7 tworzą ciąg geometryczny malejący, największa z nich jest iloczynem liczby $\frac{4}{3}$ przez sumę pozostałych. Wyznacz te liczby.

Zadanie 3. (10 pkt.)

W trapezie równoramiennym podstawy mają długości odpowiednio 30m i 18m, a kąt ostry trapezu ma miarę 60° . Prosta k zawierająca przekątną trapezu dzieli ten trapez na dwie trójkątne części. W trójkącie, którego podstawa jest dłuższą podstawą trapezu znajdź taki punkt P , aby jego odległości od prostej k i od pozostałych boków tego trójkąta były jednakowe. Oblicz długość tej odległości.

Zadanie 4. (10 pkt.)

Boki trójkąta zawierają się w prostych o równaniach: $x - 2 = 0$; $x - 2y = 0$; $2x + y - 9 = 0$. Trójkąt ten obraca się dookoła prostej, w której zawiera się najdłuższy bok. Oblicz objętość otrzymanej bryły.

Zadanie 5. (10 pkt.)

W trójkącie ABC dane są: $A = (-3, -2)$, $\overrightarrow{AB} = [7; 1]$ i środek ciężkości $S = \left(\frac{4}{3}; 1\right)$.

- Napisz równanie prostej zawierającej wysokość trójkąta ABC poprowadzoną z wierzchołka C .
- Wyznacz długość promienia okręgu opisanego na trójkącie ABC .
- Oblicz pole koła wpisanego w trójkąt ABC .

Odpowiedzi i schemat punktowania do zestawu nr III

Zadanie 1 - 12 pkt zestaw III

1.	a) Zapisanie równania $g(x) = f(x)$ i doprowadzenie go odpowiedniej postaci.	1 pkt	$(2-m)x^2 + (2m+1)x - (m+3) = 0$
2.	a) Zapisanie warunków zadania.	1 pkt	$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ x_1 \cdot x_2 < 0 \end{cases}$
3.	a) Rozwiązanie warunków.	3 pkt	$m \in (-3; 2)$
4.	b) Zapisanie warunków (przypadek funkcji kwadratowej oraz liniowej).	1 pkt	$(m > 0 \wedge \Delta < 0) \vee m = 0$
5.	b) Rozwiązanie warunków.	2 pkt	$m \in (-\infty; 3)$
6.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	
7.	c) Wyznaczenie punktu styczności i napisanie równania stycznej.	2 pkt	$P = (\frac{1}{2}; 2)$

Zadanie 2 - 10 pkt zestaw III

1.	Obliczenie pierwszego wyrazu i różnicy ciągu (a_n) .	3 pkt	$a_1 = 1, r = 5$
2.	a) Obliczenie sumy wszystkich liczb trzycyfrowych występujących w tym ciągu.	2 pkt	98730
3.	b) Zapisanie warunków zadania.	1 pkt	$\begin{cases} b_1 + b_1q + b_1q^2 = 7 \\ b_1 = \frac{4}{3}(b_1q + b_1q^2) \end{cases}$
4.	b) Rozwiązanie warunków.	2 pkt	$b_1 = 4, b_2 = 2, b_3 = 1$
5.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zadanie 3 - 10 pkt zestaw III

1.	Sporządzenie rysunku.	1 pkt	
2.	Obliczenie wysokości, długości ramienia i długości przekątnej trapezu.	3 pkt	$h = 6\sqrt{3} \text{ m}, c = 12 \text{ m}, d = 6\sqrt{19} \text{ m}$
3.	Obliczenie pola trójkąta.	1 pkt	$S = 90\sqrt{3} \text{ m}^2$
4.	Ustalenie położenia punktu P.	1 pkt	Środek okręgu wpisanego w trójkąt
5.	Obliczenie pola tego samego trójkąta z wykorzystaniem długości promienia r okręgu wpisanego w trójkąt.	1 pkt	$S = 3(7 + \sqrt{19})r$
6.	Wyznaczenie r .	1 pkt	$r = \sqrt{3}(7 - \sqrt{19}) \text{ m}$
7.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zadanie 4 – 10 pkt zestaw III

1.	Wykonanie rysunku.	1 pkt	
2.	Obliczenie współrzędnych punktów A,B i C.	2 pkt	$A = (2,1), B = (3\frac{3}{5}, 1\frac{4}{5}); C = (2,5)$
3.	Obliczenie długości promienia r.	1 pkt	$r = 1\frac{3}{5}$
4.	Obliczenie długości BC i AB.	1 pkt	$ BC = \frac{8\sqrt{5}}{5}, AB = \frac{4\sqrt{5}}{5}$
5.	Obliczenie wysokości pierwszego stożka.	1 pkt	$H_1 = \frac{16}{5}$
6.	Obliczenie wysokości drugiego stożka.	1 pkt	$H_2 = \frac{4}{5}$
7.	Obliczenie objętości bryły.	1 pkt	$V = \frac{265\pi}{75}$
8.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zadanie 5 – 10 pkt zestaw III

1.	a) Obliczenie współrzędnych punktu B.	1 pkt	$B = (4;-1)$
2.	a) Wyznaczenie współrzędnych punktu C (np. poprzez własność związaną ze środkowymi).	1 pkt	$C = (3;-6)$
3.	a) Wyznaczenie równania prostej zawierającej wysokość wychodzącą z wierzchołka C.	1 pkt	$y = -7x + 27$
4.	b) Obliczenie R.	2 pkt	$R = 5$
5.	c) Obliczenie promienia okręgu wpisanego (np. wykorzystując odpowiedni wzór na pole trójkąta).	2 pkt	$r = \frac{5}{1+\sqrt{2}} = 5(\sqrt{2}-1)$
6.	c) Obliczenie pola.	1 pkt	$P = 25 \cdot \pi \cdot (\sqrt{2}-1)^2$
7.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zestaw nr IV – M II, dla klas „ogólnych”

Zadanie 1. (10 pkt.+2pkt. za zadanie 1d)

We wzorze funkcji kwadratowej $f(x) = -x^2 + bx + c$ współczynnik c jest najmniejszą, a współczynnik b największą liczbą całkowitą z przedziału $(2 - 3\sqrt{6}; 2\sqrt{10})$. Wykres funkcji liniowej $g(x)$ przecina wykres funkcji $f(x)$ w punktach o odciętych 1 i 4.

- Napisz wzory obu funkcji i wykonaj ich wykresy.
- Oblicz kąt, jaki tworzy wykres funkcji $g(x)$ z osią OX.
- Oblicz, dla jakich argumentów wartości funkcji $f(x)$ nie są większe od wartości funkcji $g(x)$.
- Podaj te wartości parametru m , dla których równanie $|f(x) = g(x) + m|$ ma dokładnie trzy rozwiązania.

Zadanie 2. (10 pkt.)

Paweł wpłacił do banku kwotę 1000 zł na lokatę o oprocentowaniu rocznym $p\%$, odsetki są dopisywane co rok. Po upływie roku, zaraz po naliczeniu odsetek, wyjął 100 zł, a po upływie drugiego roku pozostała suma, która wynosiła 1320 zł.

- Na ile procent w stosunku rocznym złożony był kapitał w banku, jeżeli w pierwszym i drugim roku oprocentowanie kapitału było jednakowe?
- Do jakiej kwoty urośnie wpłacony kapitał 1000 zł po upływie trzech lat, jeśli oprocentowanie będzie stałe i Paweł nie wypłaci żadnych pieniędzy?
Wykonaj analogiczne zadanie dla n lat oszczędzania.

Zadanie 3. (10 pkt.)

Okrąg K_2 jest obrazem okręgu $K_1 : x^2 + y^2 - 12x + 8y + 27 = 0$ w translacji o wektor $\vec{u} = [-6, 8]$

- Znajdź równanie okręgu K_2 .
- Oblicz współrzędne punktów przecięcia okręgu K_1 z osią OX.
- Wiedząc, że punkt A jest punktem przecięcia okręgu K_1 z osią OX i odcięta punktu A jest mniejsza od 9, napisz równanie stycznej do okręgu K_1 , przechodzącej przez punkt A.
- Znajdź kąt środkowy okręgu K_1 , wyznaczony przez cięciwę AB, gdzie A i B są punktami przecięcia okręgu K_1 z osią OX.

Zadanie 4. (10 pkt.)

Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego o krawędzi podstawy długości a wynosi $a^3 \frac{\sqrt{2}}{24}$.

- Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.
- Ostrosłup przecięto płaszczyzną prostopadłą do krawędzi bocznej i zawierającą krawędź podstawy ostrosłupa. Oblicz pole otrzymanego przekroju.

Zadanie 5. (10 pkt.)

Dane są zbiory $A = \left\{ a : a \in N \text{ i } \frac{8}{a} \geq 2 \right\}$ i $B = \left\{ b : b \in N \text{ i } b^3 \leq 13b^2 - 36b \right\}$

- Wyznacz zbiór A, B oraz $A \cap B$.
- Jakie działanie należy wykonać na zbiorach A i B, aby otrzymać zbiór C, którego elementami są wszystkie cyfry układu dziesiętnego?
- Znajdź liczbę wszystkich sześćelementowych podzbiorów zbioru B.

Odpowiedzi i schemat punktowania do zestawu nr IV

Zadanie 1 - 12 pkt zestaw IV

1.	a) Zapisanie wzorów funkcji $f(x)$ i $g(x)$	2 pkt	$f(x) = -x^2 + 6x - 5$ $g(x) = x - 1$
2.	a) Narysowanie wykresów funkcji $f(x)$ i $g(x)$.	3 pkt	
3.	b) Zapisanie i rozwiązanie warunku $f(x) \leq g(x)$.	2 pkt	$x \in (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$
4.	c) Wyznaczenie miary kąta	1 pkt	$\frac{\pi}{4}$
5.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	
6.	d) Wyznaczenie wartości parametru m .	2 pkt	$m = 2\frac{1}{4}$

Zadanie 2 - 10 pkt zestaw IV

2.	a) Wyznaczenie kwoty po pierwszym i drugim roku	3 pkt	$10p + 1000$ $\frac{(100 + p)(p + 90)}{10}$
3.	a) Ułożenie równania i doprowadzenie go do prostszej postaci	2 pkt	Np. $p^2 + 190p - 4200 = 0$
4.	a) Rozwiązanie równania z założeniem, że $p > 0$	2 pkt	$p = 20$
5.	b) Wyznaczenie kwoty po trzech i po n -latach.	2 pkt	$(1,2)^3 \cdot 1000 = 1728$ $(1,2)^n \cdot 1000$
6.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zadanie 3 - 10 pkt zestaw IV

1.	a) Wyznaczenie równania okręgu K_2 .	2 pkt	$x^2 + (y - 4)^2 = 5$
2.	b) Obliczenie współrzędnych punktów przecięcia okręgu K_1 z osią OX .	2 pkt	$A = (3,0)$ i $B = (9,0)$
3.	c) Wyznaczenie równania stycznej.	2 pkt	$y = \frac{3}{4}x - \frac{9}{4}$
4.	d) Obliczenie miary kąta środkowego.	2 pkt	$73^{\circ}44'$
5.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zadanie 4 – 10 pkt zestaw IV

1.	Wykonanie rysunku.	1 pkt	
2.	a) Obliczenie długości wysokości ostrosłupa.	2 pkt	$H = \frac{a\sqrt{6}}{6}$
3.	a) Obliczenie długości wysokości ściany bocznej ostrosłupa.	1 pkt	$h_b = \frac{a}{2}$
4.	a) Obliczenie pola powierzchni całkowitej ostrosłupa.	1 pkt	$P_c = \frac{a^2}{4}(\sqrt{3} + 3)$
5.	b) Obliczenie wysokości przekroju.	2 pkt	$h = \frac{a}{2}$
6.	Obliczenie pola przekroju.	1 pkt	$P = \frac{a^2}{4}$
7.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	

Zadanie 5 – 10 pkt zestaw IV

1.	a) Rozwiązanie nierówności $\frac{8}{a} \geq 2$.	1,5 pkt	$a \in (0,4 >$
2.	a) Wyznaczenie zbioru A	1 pkt	$A = \{1,2,3,4\}$
3.	a) Rozwiązanie nierówności $b^3 - 13b^2 + 36b \leq 0$	2 pkt	$b \in (-\infty, 0 > \cup < 4, 9 >$
4.	a) Wyznaczenie zbioru B.	1 pkt	$B = \{0,4,5,6,7,8,9\}$
5.	a) Wyznaczenie $A \cap B$	0,5 pkt	$\{4\}$
6.	b) Wyznaczenie działania	1 pkt	$A \cup B$
	c) Wyznaczenie liczby wszystkich sześćelementowych podzbiorów zbioru B	1 pkt	7
7.	Komentarz i sformułowanie odpowiedzi.	2 pkt	